Universidad Simón Bolívar
Departamento de Física

Física 1 (FS-1111)
3^{er} Examen Parcial 40 %
Abril-Julio 2010

Instrucciones:

- Cada respuesta incorrecta resta 1 pto de la calificación final.
- Utilice el valor numérico de la aceleración de la gravedad como $||\vec{\mathbf{g}}|| = 10\, m/seg^2$

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS

Selección Simple//Cada pregunta tiene un valor de 4 ptos

1. El trabajo realizado por la fuerza de gravedad durante el descenso de un proyectil es:

   a) positivo.

   b) negativo.

   c) cero.

   d) el signo depende de la dirección del eje y.

   e) el signo depende de las direcciones del eje x y del eje y.

   f) Ninguna de las anteriores.

2. Una fuerza actuando sobre una partícula será conservativa si:

   a) su trabajo es cero cuando la partícula se mueve alrededor de cualquier trayectoria cerrada.

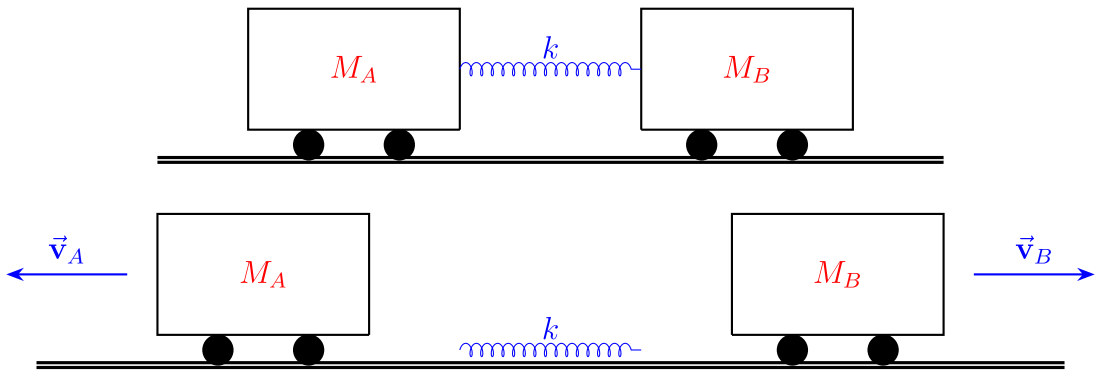
   b) su trabajo es igual al cambio de energía cinética de la partícula.

   c) obedece la segunda ley de Newton.

   d) la cantidad de movimiento de la partícula se mantiene constante.

   e) no hay una fuerza de fricción.

3. La figura muestra dos masas ($M_B > M_A$) que pueden deslizarse sin fricción sobre una superficie horizontal y se mantienen inicialmente en reposo comprimiendo un resorte de constante k colocado entre ellas. Cuando el sistema se deja libre, el resorte (cuya masa es despreciable) se expande y cae al suelo.



Entonces el momentum lineal , P, y la energía cinética, K, de las masas satisfacen las siguientes reacciones:

a) $||\vec{\mathbf{P}}_A|| > ||\vec{\mathbf{P}}_B||$ y $K_A > K_B$.

b) $||\vec{\mathbf{P}}_A|| = ||\vec{\mathbf{P}}_B||$ y $K_A > K_B$.

c) $||\vec{\mathbf{P}}_A|| < ||\vec{\mathbf{P}}_B||$ y $K_A = K_B$.

d) $||\vec{\mathbf{P}}_A|| = ||\vec{\mathbf{P}}_B||$ y $K_A < K_B$.

e) $||\vec{\mathbf{P}}_A|| < ||\vec{\mathbf{P}}_B||$ y $K_A < K_B$.

4. Un bloque de masa $M = 1\,kg$ se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal lisa. Una bala de masa $m = 100\,g$ que se desplaza a ras del piso con rapidez $v_o = 108\,km/h$ choca contra el bloque y se queda incrustada en él. El cociente entre las energía mecánicas totales después y antes del choque es:

a) 1.

b) 11.

c) $\dfrac{1}{11}$.

d) $\dfrac{1}{2}$.

e) ninguna de las anteriores.

5. El desplazamiento de una masa oscilando en un resorte viene dado por la expresión $x_{(t)} = A\cos(\omega t + \varphi)$. Si el desplazamiento inicial es cero y la velocidad inicial va en la dirección del eje x negativo, entonces la constante de fase (en radianes) es:

a) 0.

b) $\dfrac{\pi}{2}$.

c) π.

d) $\dfrac{3\pi}{2}$.

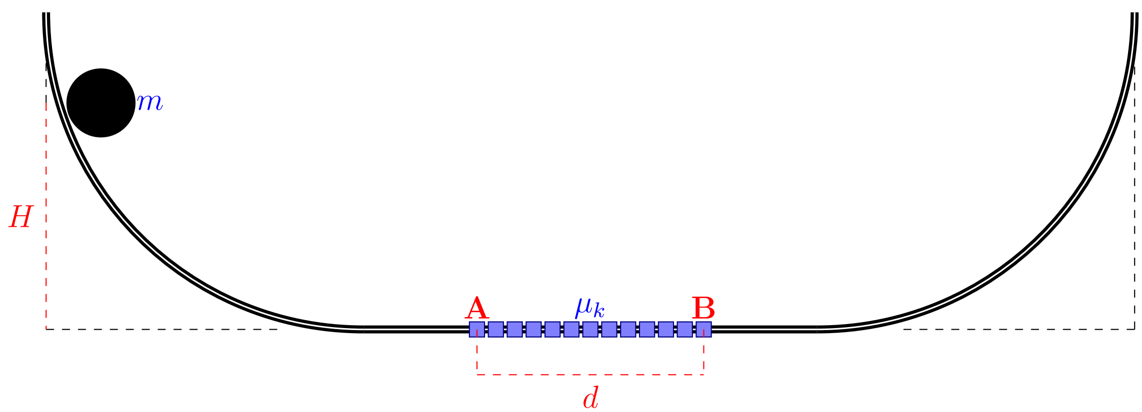
e) 2π.

Desarrollo

1. Una partícula de masa $m = 6\,kg$ se desplaza por una superficie como la mostrada en la figura. Sólo hay fricción en el tramo horizontal $\mathbf{A}-\mathbf{B}$ de longitud $d = 1{,}5\,m$ y cuyo coeficiente de fricción cinética (dinámico) es $\mu_k = 2/3$. Si la partícula se encuentra inicialmente en reposo sobre la rampa de la izquierda a una altura $H = 3\,m$ (ver figura).

   a) Determine la altura h (con respecto al tramo horizontal) que alcanza la partícula cuando se detiene por primera vez en la rampa de la derecha (5 ptos).

   b) ¿En qué posición se encrontrará la partícula cuando se detiene finalmente? (5 ptos).

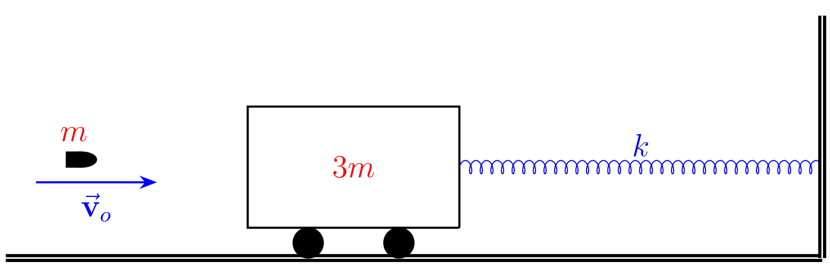


2. Un proyectil de masa m y rapidez v_o se desplaza horizontalmente hacia un bloque de masa $3m$ que se encuentra inicialmente en reposo sobre una superficie sin fricción. Entre el bloque y el muro se ha fijado un resorte de constante k. Si el proyectil queda inscrustrado rápidamente en el bloque, determine:

   a) la ampitud, A, del movimiento armónico resultante (4 ptos).

   b) el periodo, T, de las oscilación que se establece (3 ptos).

   c) ¿Cuánta energía mecánica se perdió (transformó) durante el choque? (3 ptos).



SOLUCIÓN

Selección Simple//Ejercicio 1

El trabajo realizado por la fuerza de gravedad durante el descenso de un proyectil es:

a) positivo.

Por definición, una fuerza conservativa $\vec{\mathbf{F}}_c$ tiene asociada una energía potencial U que cumple con $W(\vec{\mathbf{F}}_c) = -\Delta U$; en el caso de un proyectil situado a una altura variable h, tiene una energía potencial gravitacional $U_{g(h)} = mgh$ si tomamos el vector posición $\vec{\mathbf{r}} = h\hat{j}$ con respecto al referencial escogido.

Ahora, consideremos un proyectil que desciende de una altura h_o a una h_f con $h_o > h_f$, tal que

$$W(\vec{\mathbf{F}}_c) = -\Delta U = -(U_g^f - U_g^o) = U_g^o - U_g^f = mgh_o - mgh_f = mg(h_o - h_f)$$

Como $h_o > h_f$, entonces $h_o - h_f > 0$, por ende,

$$\boxed{W(\vec{\mathbf{F}}_c) = mg(h_o - h_f) > 0}$$

.

Selección Simple//Ejercicio 2

Una fuerza actuando sobre una partícula será conservativa si:

a) su trabajo es cero cuando la partícula se mueve alrededor de cualquier trayectoria cerrada.

Consideremos una partícula que está bajo la acción de la fuerza gravitacional y la fuerza de restitución de un resorte. Como ambas fuerzas son conservativas, se cumple que $W = -\Delta U$ siendo W trabajo total realizado sobre la partícula. Entonces, supongamos que la partícula se desplaza desde una altura h_o a una h_f y desde una posición horizontal x_o a x_f. Así,

$$W = -\Delta U = -(\Delta U_g + \Delta U_k) = -\left(mg\Delta + \frac{k\Delta x^2}{2}\right)$$

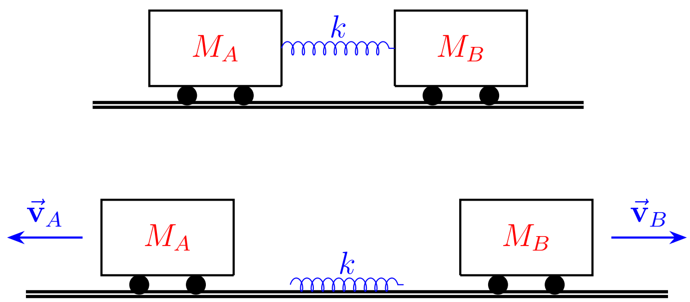
Ahora, en una trayectoria cerrada, se cumple que $h_o = h_f$ y $x_o = x_f$, tal que $\Delta h = 0$ y $\Delta x^2 = 0$. Por lo tanto, $\boxed{\text{W=0}}$.

Selección Simple//Ejercicio 3

La figura muestra dos masas ($M_B > M_A$) que pueden deslizarse sin fricción sobre una superficie horizontal y se mantienen inicialmente en reposo comprimiendo un resorte de constante k colocado entre ellas. Cuando el sistema se deja libre, el resorte (cuya masa es despreciable) se expande y cae al suelo.

Entonces el momentum lineal , P, y la energía cinética, K, de las masas satisfacen las siguientes reacciones:

b) $||\vec{\mathbf{P}}_A|| = ||\vec{\mathbf{P}}_B||$ y $K_A > K_B$.



Como no existen fuerzas externas en el sistema bloques-resorte y las fuerzas internas son todas conservativas (sólo tenemos la fuerza de restitución del resorte), podemos aplicar conservación del momentum lineal y conservación de la energía mecánica. Consideremos que antes de separarse, los bloques comprimen el resorte una distancia x (la suma de las dos distancias que comprimen los bloques por separado), y llamemos $\vec{\mathbf{u}}$ y $\vec{\mathbf{v}}$ las velocidades finales del bloque **A** y el bloque **B** respectivamente. De esta manera, tenemos el siguiente sistema de ecuaciones (como los bloques se mueven en la misma dirección, podemos prescindir de la notación vectorial y trabajar sólo con escalares).

$$\begin{cases} -m_A u + m_B v = 0, \quad \text{Puesto que están inicialmente en reposo} \\ \dfrac{m_A u^2}{2} + \dfrac{m_B v^2}{2} = \dfrac{kx^2}{2} \end{cases}$$

Cuya solución es

$$\begin{cases} u = -x\sqrt{k\left(\dfrac{M_B}{M_A}\right)\left(\dfrac{1}{M_A+M_B}\right)} \\ \\ v = x\sqrt{k\left(\dfrac{M_A}{M_B}\right)\left(\dfrac{1}{M_A+M_B}\right)} \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} ||\vec{\mathbf{u}}|| = x\sqrt{k\left(\dfrac{M_B}{M_A}\right)\left(\dfrac{1}{M_A+M_B}\right)} \\ \\ ||\vec{\mathbf{v}}|| = x\sqrt{k\left(\dfrac{M_A}{M_B}\right)\left(\dfrac{1}{M_A+M_B}\right)} \end{cases}$$

Conociendo la rapidez de cada bloque, podemos evaluar cuál de las opciones es la correcta. Comparemos los momentums lineales de ambos bloques dividiendo $||\vec{\mathbf{P}}_B||$ entre $||\vec{\mathbf{P}}_A||$.

$$\frac{||\vec{\mathbf{P}}_B||}{||\vec{\mathbf{P}}_A||} = \frac{M_B||\vec{\mathbf{v}}||}{M_A||\vec{\mathbf{u}}||} = \left(\frac{M_B}{M_A}\right)\left(\frac{||\vec{\mathbf{v}}||}{||\vec{\mathbf{u}}||}\right)$$

$$\frac{||\vec{\mathbf{P}}_B||}{||\vec{\mathbf{P}}_A||} = \left(\frac{M_B}{M_A}\right)\left[\frac{x\sqrt{k\left(\dfrac{M_A}{M_B}\right)\left(\dfrac{1}{M_A+M_B}\right)}}{x\sqrt{k\left(\dfrac{M_B}{M_A}\right)\left(\dfrac{1}{M_A+M_B}\right)}}\right] = \left(\frac{M_B}{M_A}\right)\left(\frac{M_A}{M_B}\right) = 1$$

Como $\dfrac{M_B}{M_A} = 1$, podemos deducir que el numerador $||\vec{\mathbf{P}}_B||$ es igual al denominador $||\vec{\mathbf{P}}_A||$.

Veamos que sucede con las energía cinéticas repitiendo el mismo procedimiento que aplicamos al estudiar el momentum lineal, calculamos K_B entre K_A.

$$\frac{K_B}{K_A} = \frac{M_B||\vec{\mathbf{v}}||^2}{M_A||\vec{\mathbf{u}}||^2} = \frac{||\vec{\mathbf{P}}_B||.||\vec{\mathbf{v}}||}{||\vec{\mathbf{P}}_A||.||\vec{\mathbf{u}}||}$$
$$\frac{K_B}{K_A} = \left(\frac{||\vec{\mathbf{P}}_B||}{||\vec{\mathbf{P}}_A||}\right)\left(\frac{||\vec{\mathbf{v}}||}{||\vec{\mathbf{u}}||}\right) = \frac{M_A}{M_B}$$

Como $M_B > M_A$ se cumple que $\dfrac{M_B}{M_A} > 1$; tal que $\dfrac{K_B}{K_A} = \dfrac{M_A}{M_B} < 1$. Como la razón entre las energías cinéticas es menor que 1, podemos deducir que el numerador K_B es menor que el denominador K_A.

Finalmente, podemos asegurar que la opción correcta es

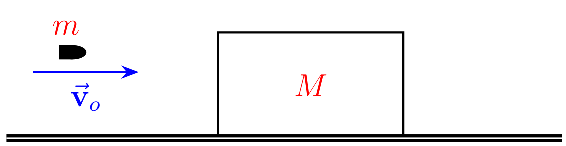
$$\boxed{||\vec{\mathbf{P}}_A|| = ||\vec{\mathbf{P}}_B||,\ K_A > K_B}$$

Selección Simple//Ejercicio 4

Un bloque de masa $M = 1\ kg$ se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal lisa. Una bala de masa $m = 100\ g$ que se desplaza a ras del piso con rapidez $v_o = 108\ km/h$ choca contra el bloque y se queda incrustada en él. El cociente entre las energía mecánicas totales después y antes del choque es:

c) $\dfrac{1}{11}$.

Ilustemos la situación:

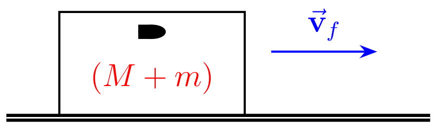


Como no existen fuerzas externas en el sistema bloques-bala tanto antes como después del choque, podemos aplicar conservación del momentum lineal y conservación de la energía mecánica. Analizamos tres instantes: antes del choque (**A**) y después que la bala se ha incrustado en el bloque (**B**).

En el instante **A**: la masa m tiene una velocidad $\vec{\mathbf{v}}_o$, la masa M está en reposo y no existe energía potencial U. Así, la energía mecánica inicial, E_o, es

$$E_o = K_o = \frac{m||\vec{\mathbf{v}}_o||^2}{2} = \left[\frac{(0{,}1\,kg)(108\,km/h)^2}{2}\right]\left(\frac{1\,h}{3600\,seg}\right)^2\left(\frac{1000\,m}{1\,km}\right)^2 = 45\,J$$

En el instante **B**: la masa m está incrustada en la masa M, tal que se mueven con la misma velocidad $\vec{\mathbf{v}}_f$ ambas masas después del choque; y, nuevamente, no energía potencial U. Aplicamos conservación del momentum angular para determinar $\vec{\mathbf{v}}_f$ y luego calculamos la energía mecánica final, E_f.



$$\vec{\mathbf{P}}_o = \vec{\mathbf{P}}_f \Longrightarrow m\vec{\mathbf{v}}_o = (m+M)\vec{\mathbf{v}}_f \Longrightarrow \vec{\mathbf{v}}_f = \left(\frac{m}{m+M}\right)\vec{\mathbf{v}}_o$$

Así,

$$E_f = K_f = \frac{(m+M)||\vec{\mathbf{v}}_f||^2}{2} = \frac{(m+M)||\left\|\left(\frac{m}{m+M}\right)\vec{\mathbf{v}}_o\right\|^2}{2} = \left[\frac{m^2}{2(m+M)}\right]||\vec{\mathbf{v}}_o||$$

$$E_f = \left[\frac{(0{,}1\,kg)^2}{2(0{,}1\,kg+1\,kg)}\right](108\,km/h)^2\left(\frac{1\,h}{3600\,seg}\right)^2\left(\frac{1000\,m}{1\,km}\right)^2 = \frac{45}{11}\,J$$

Finalmente, calculamos la razón entre E_f y E_o.

$$\boxed{\frac{E_f}{E_o} = \frac{45/11\,J}{45\,J} = \frac{1}{11}}$$

Selección Simple//Ejercicio 5

El desplazamiento de una masa oscilando en un resorte viene dado por la expresión $x_{(t)} = A\cos(\omega t + \varphi)$. Si el desplazamiento inicial es cero y la velocidad inicial va en la dirección del eje x negativo, entonces la constante de fase (en radianes) es:

b) $\frac{\pi}{2}$.

Buscamos la constante φ de la ecuación $x_{(t)} = A\cos(\omega t + \varphi)$. Partimos de la condición de $x_{(0)} = 0$.

$$x_{(0)} = 0 \Longleftrightarrow A\cos[\omega(0)+\varphi] = 0 \Longleftrightarrow \cos\varphi = 0 \Longleftrightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \vee \varphi = \frac{3\pi}{2}$$

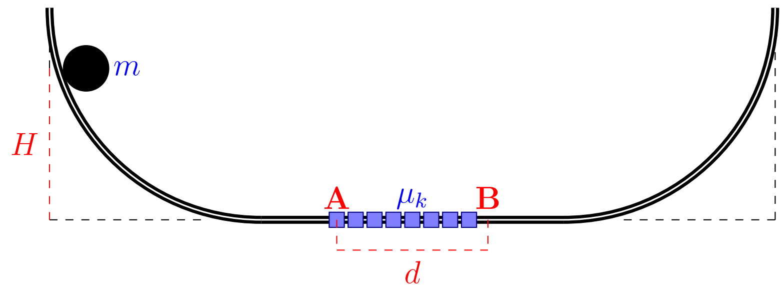
Para determinar cuál de las dos opciones es la correcta, recurrimos a la segunda condición que plantea el enunciado, $v_{(0)} < 0$ tomando el eje x genérico (la velocidad va en sentido contrario a la dirección positiva del eje)

$$v_{(t)} = \frac{d}{dt} x_{(t)} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) \Longrightarrow v_{(0)} = -A\omega \sin(\varphi) \Longrightarrow \begin{cases} \text{Si } \dfrac{\pi}{2} \Longrightarrow v_{(0)} = -A\omega < 0 \\ \text{Si } \dfrac{3\pi}{2} \Longrightarrow v_{(0)} = A\omega > 0 \end{cases}$$

Por lo tanto, la opción correcta es $\boxed{\varphi = \frac{\pi}{2}}$.

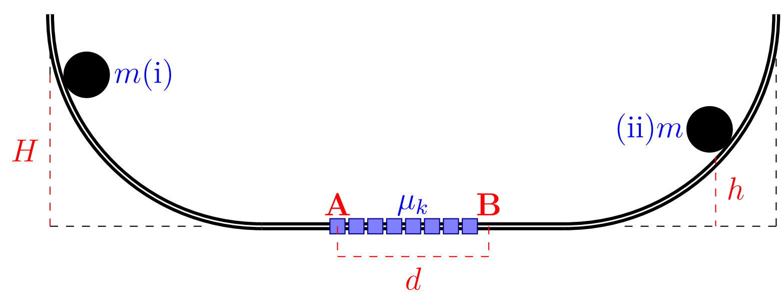
Desarrollo//Ejercicio 1

Una partícula de masa $m = 6\,kg$ se desplaza por una superficie como la mostrada en la figura. Sólo hay fricción en el tramo horizontal $\mathbf{A}-\mathbf{B}$ de longitud $d = 1{,}5\,m$ y cuyo coeficiente de fricción cinética (dinámico) es $\mu_k = 2/3$. Si la partícula se encuentra inicialmente en reposo sobre la rampa de la izquierda a una altura $H = 3\,m$ (ver figura).



a) Determine la altura h (con respecto al tramo horizontal) que alcanza la partícula cuando se detiene por primera vez en la rampa de la derecha (5 ptos).

Sea h la altura que buscamos, comparamos dos instantes: cuando la partícula está a la altura H (i) y cuando la partícula está a la altura h (ii).



Aplicamos teorema de trabajo-energía. Sea W el trabajo total realizado en el sistema, $\vec{\mathbf{F}}_c$ la suma de las fuerzas conservativas y $\vec{\mathbf{F}}_{nc}$ la suma de las fuerzas no conservativas, tenemos que

$$\Delta K = W = W(\vec{\mathbf{F}}_c) + W(\vec{\mathbf{F}}_{nc}) \Longrightarrow W(\vec{\mathbf{F}}_{nc}) = \Delta K - W(\vec{\mathbf{F}}_c) = \Delta K + \Delta U$$

En los puntos seleccionados, (i) y (ii), la velocidad de la partícula es nula y sólo existe energía potencial gravitacional. Entonces,

$$-F_r^k.d = \Delta Ug = mg\Delta h = mg(h - H)$$

Sabemos que $||\vec{\mathbf{F}}_r^k|| = F_r^k = ||\vec{\mathbf{N}}||\mu_k$ con $||\vec{\mathbf{N}}|| = mg$. Así,

$$-\cancel{mg}d\mu_k = \cancel{mg}(h - H) \Longrightarrow h = H - d\mu_k = 3\,m - (1{,}5\,m)\left(\frac{2}{3}\right) \Longrightarrow \boxed{h = 2\,m}$$

Cabe acotar que un procedimiento tortuoso pero de igual resultado sería hacer tres comparaciones: (i) con **A**, **A** con **B** y, finalmente, **B** con (ii).

b) ¿En qué posición se encrontrará la partícula cuando se detiene finalmente? (5 ptos).

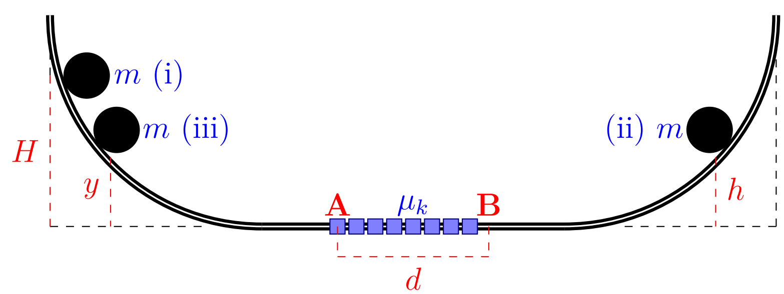
A medida que la partícula pasa por el tramo **AB**, ésta pierde energía debido a la acción de la fuerza disipativa (la fuerza de roce dinámico). Esto quiere decir que la partícula se detiene en el punto **A** (si sa desplaza desde el extremo derecho de la rampa al izquierdo) o en el punto **B** (si sa desplaza desde el extremo izquierdo de la rampa al derecho). En general, cada vez que la partícula pasa por **AB**, se cumple que

$$W(\vec{\mathbf{F}}_{nc}) = \Delta K + \Delta U$$

Consideremos el caso general en que la partícula se deja caer desde una altura h' y sale de un tramo con una velocidad v. Queremos saber desde qué altura h' se debe soltar la partícula para que su rapidez sea nula al pasar por el tramo **AB**.

$$-mgd\mu_k = K_f - \cancel{K_o} + \cancel{U_f} - U_o = \frac{mv^2}{2} - mgh' \Longrightarrow v^2 = 2(h' - \mu_k d)$$
$$v = 0 \Longleftrightarrow 2(h' - \mu_k d) = 0 \Longleftrightarrow h' = \mu_k d = 1\,m$$

Esto quiere decir que si soltamos la partícula desde un metro de altura, está se detendrá al pasar por el tramo **AB**. Entonces, sólo falta determinar de que lado la partícula alcanza la altura de un metro para saber si se detiene en **A** o en **B**. Consideremos ahora un tercer instante (iii) donde la partícula esté a una altura y del suelo y comparémoslo con (ii).



Aplicamos el teorema de trabajo-energía para calcular y.

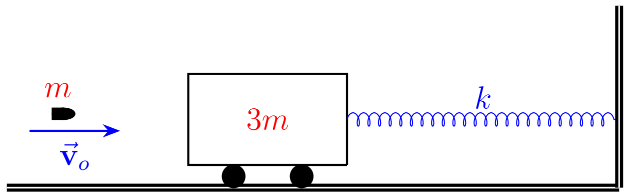
$$-\cancel{mg}d\mu_k = \cancel{mg}(y - h) \Longrightarrow y = h - d\mu_k = 2\,m - (1{,}5\,m)\left(\frac{2}{3}\right) \Longrightarrow y = 1\,m$$

Hemos obtenido que y es precisamente la altura h' necesaria para anular la velocidad de la partícula al pasar de nuevo por el tramo **AB**. Así, podemos asegurar que la partícula se detiene en B. Podemos demostrarlo(por las dudas) aplicando nuevamente el teorema de trabajo-energía comparando el punto (iii) con el punto **B** para obtener v_B.

$$-mgd\mu_k = K_f - \cancel{K_o} + \cancel{U_f} - U_o = \frac{m(v_B)^2}{2} - mgy \Longrightarrow (v_B)^2 = 2(y - \mu_k d)$$
$$(v_B)^2 = 2\left[1\,m - (1{,}5\,m)\left(\frac{2}{3}\right)\right] = 0 \Longrightarrow \boxed{v_B = 0}$$

Desarrollo//Ejercicio 2

Un proyectil de masa m y rapidez v_o se desplaza horizontalmente hacia un bloque de masa $3m$ que se encuentra inicialmente en reposo sobre una superficie sin fricción. Entre el bloque y el muro se ha fijado un resorte de constante k. Si el proyectil queda inscrustrado rápidamente en el bloque, determine:

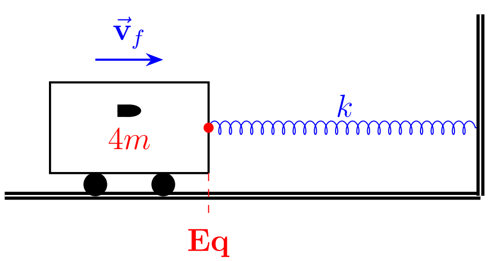


a) la amplitud, A, del movimiento armónico resultante (4 ptos).

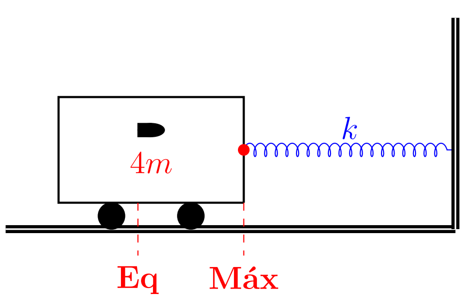
Necesitamos la velocidad con la que el sistema bloque-bala comienza su movimiento armónico. Como sobre el sistema no se ejercen fuerzas externas, podemos aplicar conservación del momentum lineal. Si tomamos la dirección positiva $\hat{\mathbf{i}}$, tenemos que la masa m tiene una velocidad inicial $\vec{\mathbf{v}}_o = v_o\hat{\mathbf{i}}$, la masa $3m$ tiene velocidad nula y, después del choque, ambas masas tiene una velocidad final $\vec{\mathbf{v}}_f = v_f\hat{\mathbf{i}}$ porque la bala se incrusta en el bloque. Así,

$$m\vec{\mathbf{v}}_o = (m+3m)\vec{\mathbf{v}}_f = 4m\vec{\mathbf{v}}_f \Longrightarrow \vec{\mathbf{v}}_f = \frac{1}{4}\vec{\mathbf{v}}_o$$

Tenemos ahora la situación.



La amplitud, A, buscada consiste en al máxima compresión del resorte donde la velocidad del sistema bloque-bala es nula, la distancia desde el punto de equilibro hasta el extremo del movimiento armónico. Ilustremos la situación, midamos el desplazamiento del sistema bloque-bala observando lo que sucede con el punto **Eq** de la figura de arriba.



En el punto **Máx**, la velocidad del sistema bloque-bala es nula; tal que la amplitud A resulta ser la distancia desde **Eq** hasta **Máx** (la compresión máxima del resorte). La calculamos rápidamente aplicando conservación de la energía mecánica: comparamos los puntos **Eq** y **Máx**.

$$E_f = E_o \Longrightarrow (\cancel{K}+U)_f = (K+\cancel{U})_o \Longrightarrow \frac{m||\vec{\mathbf{v}}_f||^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \Longrightarrow \boxed{A = \frac{v_o}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

b) el periodo, T, de las oscilación que se establece (3 ptos).

Sabemos que el periodo de un movimiento armónico simple de un oscilador masa-resorte, T, está definido como $T := 2\pi/\omega$ con ω la frecuencia angular de oscilaciones. Por otro lado, un movimiento armónico simple de un oscilador masa-resorte podemos deducir el valor de ω.

$$\frac{d^2}{dt^2}x + \frac{k}{4m}x = 0 \Longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{4m}}$$

Conociendo ω, calculamos el periodo T.

$$T := \frac{2\pi}{\omega},\ \omega = \sqrt{\frac{k}{4m}} \Longrightarrow \boxed{T = 4\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

c) ¿Cuánta energía mecánica se perdió (transformó) durante el choque? (3 ptos).

Sabemos que para un choque inelástico, sean K_o y K_f las energías cinéticas antes y después del choque, existe una cantidad de energía Q correspondiente a la cantidad de energía mecánica perdida durante la colisión, definida como $Q := K_o - K_f$. Conocemos las masas y las velocidades en ambos instantes, calculamos entonces Q.

$$Q := K_o - K_f = \frac{m||\vec{\mathbf{v}}_o||^2}{2} - \frac{4m||\vec{\mathbf{v}}_f||^2}{2} = \frac{m(v_o)^2}{2} - \frac{m(v_o)^2}{8} = \frac{3}{4}\left[\frac{m(v_o)^2}{2}\right] \Longrightarrow \boxed{Q = \frac{3}{4}K_o}$$

Nota: Este parcial fue resuelto y por Oscar González y Asxel Ramirez, y digitalizado por Asxel Ramirez para GECOUSB.

Asxel Ramirez
18-10322
Lic. Química
Twitter: @asx.0088

gecousb.com.ve
Twitter: @gecousb
Instagram: gecousb

Se agradece notificar cualquier error de tipeo o en las respuestas y qué debería decir a la dirección gecousb@gmail.com